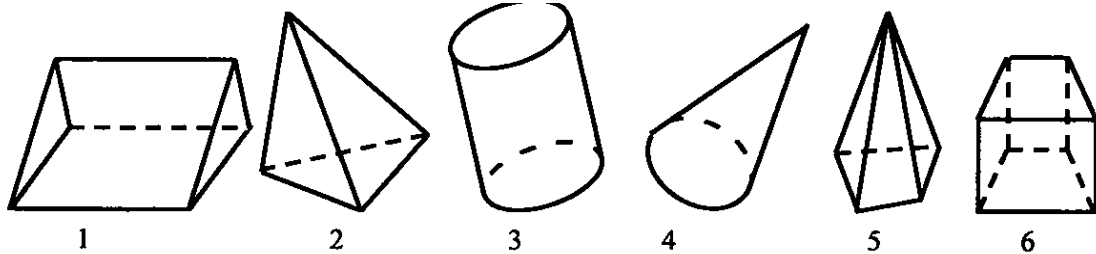


Тема: **МНОГОГРАННИКИ. ПРИЗМА.**

Определения:

1. Поверхность, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело, называется многогранной поверхностью или многогранником.
2. Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются его гранями.
3. Стороны граней называются ребрами.
4. Вершины граней называются вершинами многогранника.
5. Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани называется диагональю многогранника.



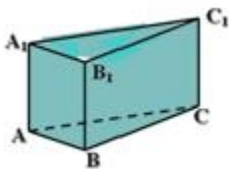
Какие фигуры, изображенные на рисунке, являются многогранниками?

**Призма** — многогранник, две грани которого являются многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани — параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками.

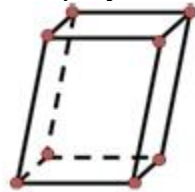
**Виды призм**

- Призма, основанием которой является параллелограмм, называется **параллелепипедом**.
- **Прямая призма** - это призма, у которой боковые ребра перпендикулярны плоскости основания. Другие призмы называются **наклонными**.
- **Правильная призма** - это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник. Боковые грани правильной призмы - равные прямоугольники.
- Правильная призма, боковые грани которой являются квадратами (высота которой равна стороне основания), является полуправильным многогранником.
- *Виды призм*

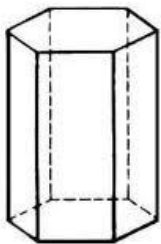
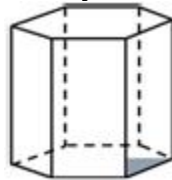
а) По виду оснований.  
треугольная



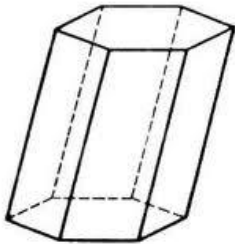
четырёхугольная



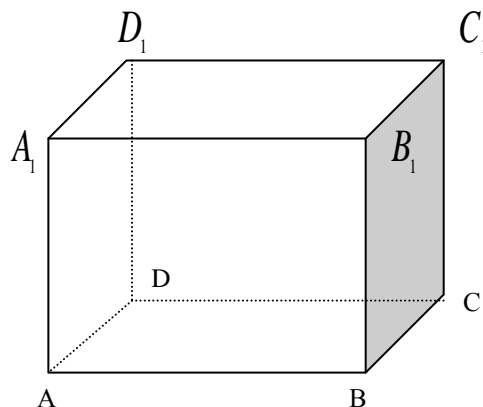
шестиугольная



прямая призма



наклонная призма



Рассмотрите многогранник, запишите:

Основание-

Боковые ребра-

Высота

Диагонали (постройте)-

Боковые грани-

Нижнее основание-

Многогранники бывают **выпуклыми** и **невыпуклыми**. Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Определение: **Многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и конечного числа параллелограммов, называется призмой.**

Многоугольники \_\_\_\_\_ называются **основаниями**, а параллелограммы \_\_\_\_\_ - **боковыми гранями** призмы.

Призму обозначают \_\_\_\_\_, называют  $n$ - угольной призмой (в зависимости от многоугольника, лежащего в основании призмы).

На рисунке изображена \_\_\_\_\_ призма.

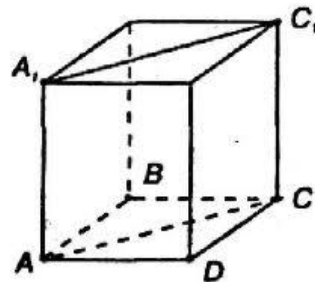
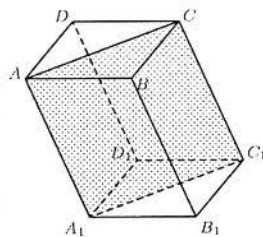
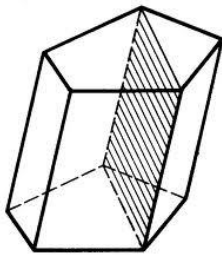
Перпендикуляр, проведенный из какой – нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** призмы. *Высота призмы равна боковому ребру.*

Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**. Если боковые ребра призмы не перпендикулярны к основаниям, то призма называется **наклонной**.

Прямая призма называется **правильной**, если ее основания – правильные многоугольники. В правильной призме боковые грани – равные прямоугольники.

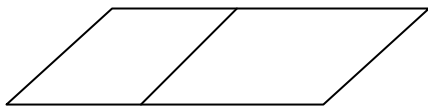
### Сечения призмы:

диагональные сечения



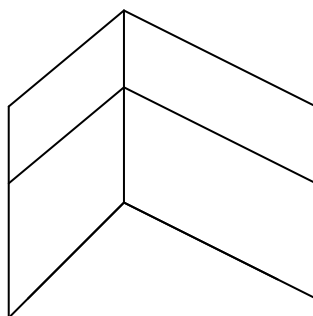
Для решения задач на многогранники необходимо ввести понятие двугранного угла. Представим себе: дана плоскость, в которой лежит некоторая прямая. Перегнем данную плоскость по прямой. Полученная фигура называется **двугранным углом**.

Задание: начертите двугранный угол.



Определение: **Двугранным углом называется фигура, образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$ , не принадлежащими одной плоскости.**

Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его **гранями**. Прямая, общая граница полуплоскостей, называется **ребром** двугранного угла.



Для того, чтобы измерить двугранный угол необходимо провести перпендикуляры в полуплоскостях к ребру. Образованный лучами угол называется **линейным углом двугранного угла**.

1. Все линейные углы двугранного угла равны.
2. Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.
3. Двугранный угол называется **прямым**, если он равен  $90^\circ$ .



Ответьте на вопросы:

1. Какое наименьшее число ребер может иметь многогранник?
2. Призма имеет  $n$  – граней. Какой многоугольник лежит в ее основании?

3. Является ли призма прямой, если две ее смежные боковые грани перпендикулярны к плоскости основания?
4. В какой призме боковые ребра параллельны ее высоте? Является ли призма правильной, если все ее ребра равны друг другу?
5. Может ли высота одной из боковых граней наклонной призмы являться и высотой призмы?
6. Существует ли призма, у которой: а) боковое ребро перпендикулярно только одному ребру основания; б) только одна боковая грань перпендикулярна к основанию?

### Тема: ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

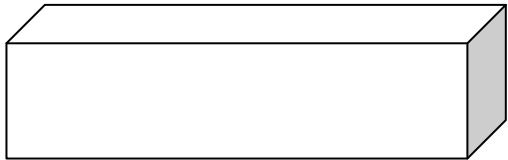
Определение: **Параллелепипедом называется призма, в основании которой лежит параллелограмм. Все грани параллелепипеда – параллелограммы. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.**

У параллелепипедов и только у них любую пару параллельных граней можно принять за основания. Параллелограммы, из которых составлен параллелепипед, называются гранями, их стороны – ребрами, а вершины – вершинами параллелепипеда.

*Две грани параллелепипеда, имеющие общее ребро, называются смежными, а не имеющие общих ребер - противоположными.*

Определение: **Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники.**

Выполните недостающие построения; введите обозначения; выпишите измерения параллелепипеда.



Свойства прямоугольного параллелепипеда:

1. **В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.**
2. **Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда - прямые.**
3. **Длины трех ребер, имеющих одну вершину, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда.**

Теорема: **Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.**

Следствие: **Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.**

Свойства призмы:

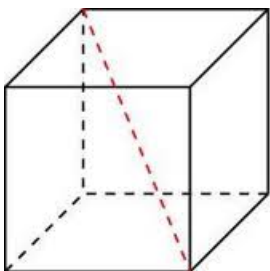
- Основания призмы являются равными многоугольниками.
- Боковые грани призмы являются параллелограммами.
- Боковые ребра призмы параллельны и равны.

Площадь боковой поверхности прямой призмы:  $S_{б.п.} = P \cdot H$  где  $P$  — периметр основания призмы (сумма всех сторон основания),  $H$  — высота призмы.

Объём призмы равен произведению её высоты на площадь основания:  $V = S_{осн.} \cdot H$

Площадь полной поверхности призмы равна сумме площади её боковой поверхности и удвоенной площади основания:  $S_{п.п.} = P \cdot H + 2 \cdot S_{осн.}$

Диагональ прямой призмы:

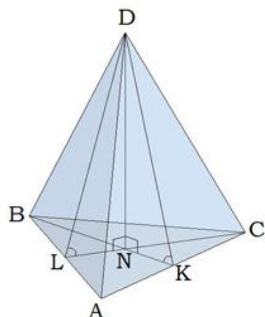


Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его линейных размеров:  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Прямоугольный параллелепипед, у которого все три измерения равны, называется **кубом**. Все грани куба – равные друг другу квадраты.

**Тема: ПИРАМИДА. УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА.**

Определение: **Пирамидой** называется многогранник, одна грань которого – произвольный многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину.



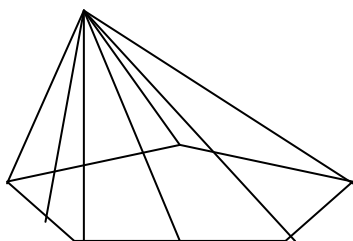
**Элементы пирамиды.**

**DN** – высота пирамиды

**DB, DC, DA** - боковые ребра — общие стороны боковых граней;

**DBA, DAC, DBC** - боковые грани — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды

**DK, DL** - апофема — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины [ℓ]; **DN**- высота пирамиды



Введите обозначения.

Многоугольник \_\_\_\_\_ - основание;

Треугольник \_\_\_\_\_ - боковые грани;

Точка \_\_\_\_\_ - вершина пирамиды;

Отрезки \_\_\_\_\_ - боковые ребра;

Обозначают пирамиду - \_\_\_\_\_;

Апофема \_\_\_\_\_

Название пирамиды зависит от многоугольника, лежащего в основании. Пирамида, представленная на чертеже называется - \_\_\_\_\_.

Определение: **Пирамида называется правильной**, если ее основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее **высотой**.

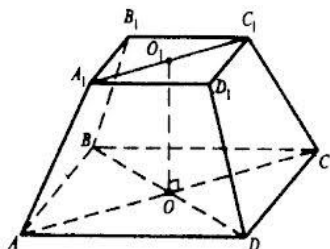
Замечание: *центром правильного многоугольника называется центр вписанной в него (или описанной около него) окружности.*

Теорема: **Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.**

Определение: **Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется апофемой.**

Замечания: *все двугранные углы при ребрах основания равны(боковые грани наклонены одинаково к основанию); все плоские углы при вершине равны; все высоты боковых граней, опущенные на ребра основания(апофемы) равны.*

**УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА**



**Усечённая пирамида**

Введите обозначения

Нижнее основание \_\_\_\_\_

Верхнее основание \_\_\_\_\_

Боковые грани \_\_\_\_\_

Боковые ребра \_\_\_\_\_

Высота \_\_\_\_\_

Апофема \_\_\_\_\_

Вершины \_\_\_\_\_